



## ĆWICZENIE 3

2016 / 2017

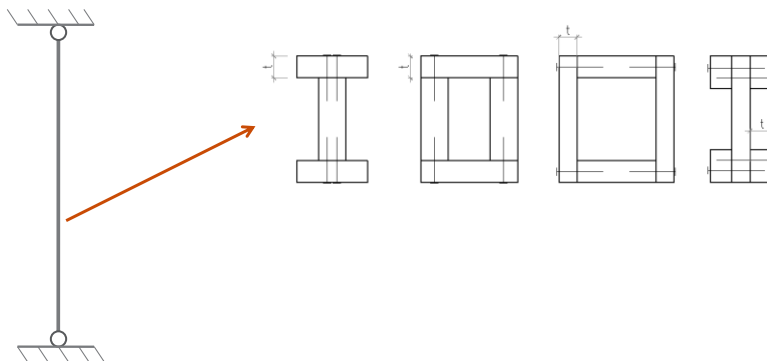
Zespół Konstrukcji Drewnianych

Zespół Konstrukcji Drewnianych IL PW

### Słup

2

ELEMENT OSIOWO ŚCISKANY



# Słup

3

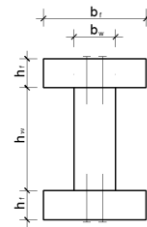


# Polecenie

4

Wyznaczyć nośność charakterystyczną słupa ściskanego na podstawie następujących danych:

- długość słupa:  $L=4,73\text{ m}$
- wymiary elementów: półki:  $2 \times 45 \times 160$ , środek:  $100 \times 200$
- klasa drewna:  $C30$
- łączniki: *gwoździe okrągłe gładkie*  
(ze stali o wytrzymałości char. na rozciąganie  $f_{u,k}=600\text{ Mpa}$ )
- klasa użytkowania:  $1$



# Klasa drewna

5

|   |               | Gatunki iglaste |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---|---------------|-----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|   |               | C14             | C16  | C18  | C20  | C22  | C24  | C27  | C30  | C35  | C40  | C45  | C50  |
| Właściwości wytrzymałościowe (w N/mm <sup>2</sup> ) |               |                 |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| Zginanie  | $f_{m,k}$     | 14              | 16   | 18   | 20   | 22   | 24   | 27   | 30   | 35   | 40   | 45   | 50   |
| Rozciąganie wzdłuż włókien                          | $f_{t0,k}$    | 8               | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 16   | 18   | 21   | 24   | 27   | 30   |
| Rozciąganie w poprzek włókien                       | $f_{t90,k}$   | 0,4             | 0,4  | 0,4  | 0,4  | 0,4  | 0,4  | 0,4  | 0,4  | 0,4  | 0,4  | 0,4  | 0,4  |
| Ściskanie wzdłuż włókien                            | $f_{c0,k}$    | 16              | 17   | 18   | 19   | 20   | 21   | 22   | 23   | 25   | 26   | 27   | 29   |
| Ściskanie w poprzek włókien                         | $f_{c90,k}$   | 2,0             | 2,2  | 2,2  | 2,3  | 2,4  | 2,5  | 2,6  | 2,7  | 2,8  | 2,9  | 3,1  | 3,2  |
| Ścinanie  | $f_{vk,k}$    | 3,0             | 3,2  | 3,4  | 3,6  | 3,8  | 4,0  | 4,0  | 4,0  | 4,0  | 4,0  | 4,0  | 4,0  |
| Właściwości sprężyste (w kN/mm <sup>2</sup> )       |               |                 |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| Sredni moduł sprężystości wzdłuż włókien            | $E_{0,mean}$  | 7               | 8    | 9    | 9,5  | 10   | 11   | 11,5 | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   |
| 5 % kwantyl modułu sprężystości wzdłuż włókien      | $E_{0,05}$    | 4,7             | 5,4  | 6,0  | 6,4  | 6,7  | 7,4  | 7,7  | 8,0  | 8,7  | 9,4  | 10,0 | 10,7 |
| Sredni moduł sprężystości w poprzek włókien         | $E_{90,mean}$ | 0,23            | 0,27 | 0,30 | 0,32 | 0,33 | 0,37 | 0,38 | 0,40 | 0,43 | 0,47 | 0,50 | 0,53 |
| Sredni moduł odkształcenia postaciowego             | $G_{mean}$    | 0,44            | 0,5  | 0,56 | 0,59 | 0,63 | 0,69 | 0,72 | 0,75 | 0,81 | 0,88 | 0,94 | 1,00 |
| Gęstość (w kg/m <sup>3</sup> )                      |               |                 |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| Gęstość charakt.                                    | $\rho_k$      | 290             | 310  | 320  | 330  | 340  | 350  | 370  | 380  | 400  | 420  | 440  | 460  |
| Srednia gęstość                                     | $\rho_{mean}$ | 350             | 370  | 380  | 390  | 410  | 420  | 450  | 460  | 480  | 500  | 520  | 550  |

# Przyjęcie łączników

6

Należy przyjąć dwa rzędy łączników o takiej średnicy  $d$ , by spełnione były wymogi normy ze względu na minimalne rozstawy i odległości dla gwoździ

Przyjęto gwoździe 4,5/100 wbijane w dwóch szeregach w rozstawie co 60 mm

# Przyjęcie łączników

7

**Tablica 8.2 – Minimalne rozstawy i odległości gwoździ**

| Rozstawy i odległości (patrz Rysunek 8.7) | Kąt $\alpha$                           | Minimalne rozstawy i odległości   |   |   |
|---|--|---|---|---|
|   |  | bez nawierconych otworów  |   | z nawierconymi otworami   |
|   |  | $\rho_k \leq 420$   | $420 < \rho_k \leq 500$   |   |
| $\rho_k$ w $\text{kg/m}^3$                |  |   |   |   |
| Rozstaw $a_1$ (wzdłuż włókien)            | $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$   | $d < 5 \text{ mm}: (5+5 \cos \alpha ) d$<br>$d \geq 5 \text{ mm}: (5+7 \cos \alpha ) d$ | $(7+8) \cos \alpha  d$  | $(4+ \cos \alpha ) d$   |
| Rozstaw $a_2$ (w poprzek włókien)         | $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$   | $5d$  | $7d$  | $(3+ \sin \alpha ) d$   |
| Odległość $a_{3,1}$ (koniec obciążony)    | $-90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$  | $(10+5\cos \alpha) d$   | $(15+5\cos \alpha) d$   | $(7+5\cos \alpha) d$  |
| Odległość $a_{3,e}$ (koniec nieobciążony) | $90^\circ \leq \alpha \leq 270^\circ$  | $10d$   | $15d$   | $7d$  |
| Odległość $a_{4,1}$ (bok obciążony)       | $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$   | $d < 5 \text{ mm}: (5+2\sin \alpha) d$<br>$d \geq 5 \text{ mm}: (5+5\sin \alpha) d$     | $d < 5 \text{ mm}: (7+2\sin \alpha) d$<br>$d \geq 5 \text{ mm}: (7+5\sin \alpha) d$ | $d < 5 \text{ mm}: (3+2\sin \alpha) d$<br>$d \geq 5 \text{ mm}: (3+4\sin \alpha) d$ |
| Odległość $a_{4,e}$ (bok nieobciążony)    | $180^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$ | $5d$  | $7d$  | $3d$  |

**Wymiary gwoździ okrągłych gładkich najczęściej stosowanych w konstrukcjach drewnianych**

| średnica $d$ | długość $l$                        | średnica główki $d_h$ | średnica $d$ | długość $l$                        | średnica główki $d_h$ |
|--------------|------------------------------------|-----------------------|--------------|------------------------------------|-----------------------|
| mm           |                                    |                       |              |                                    |                       |
| 1,8          | 20, 25, 30, 32, 35, 40             | 4,2                   | 5,0          | 100, 110, 115, 125, 140, 145, 150, | 12,5                  |
| 2,0          | 25, 27, 30, 35, 40, 45             | 4,5                   | 5,4          | 125,                               | 13,5                  |
| 2,1          | 32, 40, 45, 50                     | 5,0                   | 5,5          | 125, 140, 145, 150, 160            | 13,5                  |
| 2,2          | 40, 45, 50, 55                     | 5,0                   | 5,6          | 50, 65, 125, 140, 150              | 13,5                  |
| 2,3          | 50                                 | 5,0                   | 5,7          | 125, 135                           | 13,5                  |
| 2,4          | 25, 40, 45, 50, 55                 | 5,5                   | 5,8          | 125, 140                           | 13,5                  |
| 2,5          | 40, 45, 50, 55, 60, 65             | 5,5                   | 5,9          | 140, 160                           | 13,5                  |
| 2,7          | 29, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 80 | 6,5                   | 6,0          | 125, 140, 150, 160, 175, 180       | 13,5                  |
| 2,8          | 25, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75     | 6,5                   | 6,1          | 65, 160                            | 13,5                  |
| 3,0          | 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80         | 7,0                   | 6,2          | 140, 150                           | 13,5                  |
| 3,1          | 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80         | 7,0                   | 6,4          | 160                                | 14,8                  |
| 3,2          | 75, 85                             | 7,0                   | 6,5          | 160, 180                           | 14,8                  |
| 3,4          | 25, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 90 | 8,0                   | 6,6          | 180                                | 14,8                  |
| 3,5          | 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 90     | 8,0                   | 6,7          | 150, 180                           | 14,8                  |
| 3,7          | 70, 80                             | 8,5                   | 7,0          | 180, 200, 210, 225, 230, 250, 300  | 15,5                  |
| 3,8          | 70, 75, 80, 85, 90, 100, 115       | 8,5                   | 7,2          | 200                                | 15,5                  |
| 3,9          | 90                                 | 9,0                   | 7,6          | 230, 260                           | 16,5                  |
| 4,0          | 75, 80, 90, 100, 110               | 9,0                   | 8,0          | 200, 230, 250                      | 17,5                  |
| 4,1          | 90, 130,                           | 9,0                   | 8,6          | 260                                | 19,0                  |
| 4,2          | 76, 90, 100, 110, 120              | 9,5                   | 8,8          | 260                                | 21,0                  |
| 4,4          | 100                                | 10,5                  | 9,0          | 260, 275, 280, 300, 310            | 21,0                  |
| 4,5          | 90, 95, 100, 125                   | 10,5                  |              |                                    |                       |
| 4,6          | 100, 130                           | 10,5                  |              |                                    |                       |
| 4,9          | 100, 110                           | 12,5                  |              |                                    |                       |

 UWAGA: Jako symbol gwoździa przyjmij się oznaczenie  $d \times l$ , np.  $4,6 \times 100$ .

8

## Nośność charakterystyczna

9

### NOŚNOŚĆ CHARAKTERYSTYCZNA NA ŚCISKANIE:

- maksymalna dopuszczalna siła ściskająca, która może działać na słup

1

WYBOCZENIE SŁUPA

## Schemat statyczny

11

$$\mu = 1,0$$

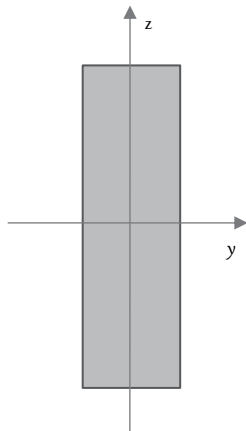


Zamocowany przegubowo –  
jest to najodpowiedniejszy schemat  
statyczny, ze względu  
na podatność łączników.

SCHEMAT STATYCZNY PRĘTA ŚCISKANEGO

## Długości wyboczeniowe

12



$$L_{c,y} = \mu_{c,y} \cdot L$$

$$L_{c,z} = \mu_{c,z} \cdot L$$

## Długości wyboczeniowe

13

Wyboczenie względem osi y (w płaszczyźnie x-z):

$$L_{c,y} = \mu_{c,y} \cdot L = 1,0 \cdot 4,73 = 4,73 \text{ m}$$

Wyboczenie względem osi z (w płaszczyźnie x-y):

$$L_{c,z} = \mu_{c,z} \cdot L = 1,0 \cdot 4,73 = 4,73 \text{ m}$$

Całkowite pole przekroju:

$$A_{tot} = 2 \cdot 4,5 \cdot 16 + 10 \cdot 20 = 344 \text{ cm}^2$$

## Moduły podatności złączy

14

Moduł podatności złączy w stanie SGU:

$$K_{ser} = \frac{\rho_m^{1,5} d^{0,8}}{30} = \frac{460^{1,5} \cdot 4,5^{0,8}}{30} = 1095 \frac{N}{mm}$$

Moduł podatności złączy w stanie SGN:

$$K_u = \frac{2}{3} K_{ser} = \frac{2}{3} \cdot 1095 = 730 \frac{N}{mm}$$

## Efektywne momenty bezwładności

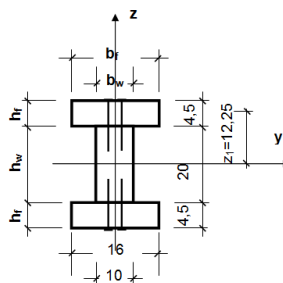
15

Wyboczenie względem osi z

$$I_{ef,z,SGN} = \sum_i I_{i,z} + \sum_i \gamma_{z,SGN} A_i y_i^2$$

Wyboczenie względem osi y

$$I_{ef,y,SGN} = \sum_i I_{i,y} + \sum_i \gamma_{y,SGN} A_i z_i^2$$



## Efektywne momenty bezwładności

16

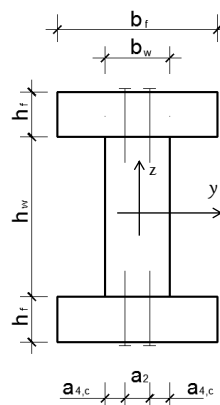
Wyboczenie względem osi z

$$I_{ef,z,SGN} = \sum_i I_{i,z}$$

Wyboczenie względem osi y

$$I_{ef,y,SGN} = \sum_i I_{i,y} + 2\gamma_{y,SGN} A_f z_1^2$$

$$A_f = h_f b_f \quad z_1 = \frac{h_w}{2} + \frac{h_f}{2}$$





## Współczynniki redukcyjne

17

Współczynnik redukcyjny w stanie SGN:

$$\gamma_{SGN} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_{0,mean} A_f}{L^2 K_u} s_1} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2}{4730^2} \frac{12000 \cdot 7200}{730} \cdot 30} = 0,390$$

## Efektywne momenty bezwładności

18

Efektywny moment bezwładności względem osi y:

$$I_{ef,y,SGN} = \frac{1}{12} (2 \cdot 16 \cdot 4,5^3 + 10 \cdot 20^3) + 2 \cdot 4,5 \cdot 16 \cdot 12,25^2 \cdot 0,390 = 15338 \text{ cm}^4$$

Efektywny moment bezwładności względem osi z:

$$I_{ef,z,SGN} = \frac{1}{12} (2 \cdot 4,5 \cdot 16^3 + 20 \cdot 10^3) = 4739 \text{ cm}^4$$

## Efektywne momenty bezwładności

19

Wyboczenie względem osi z

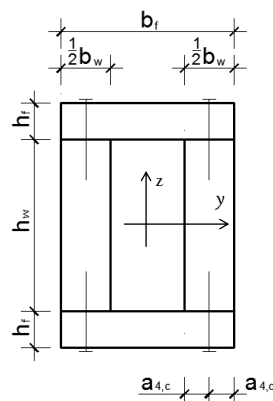
$$I_{ef,z,SGN} = \sum_i I_{i,z} + 2\gamma_{z,SGN} A_w y_1^2$$

$$A_w = \frac{h_w b_w}{2}$$

Wyboczenie względem osi y

$$I_{ef,y,SGN} = \sum_i I_{i,y} + 2\gamma_{y,SGN} A_f z_1^2$$

$$A_f = h_f b_f \quad z_1 = \frac{h_w}{2} + \frac{h_f}{2}$$



## Współczynniki redukcyjne

20

Współczynnik redukcyjny w stanie SGN:

$$\gamma_{z,SGN} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2}{L^2} \frac{E_{0,mean} A_w}{K_u} s_1}$$

$$\gamma_{y,SGN} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2}{L^2} \frac{E_{0,mean} A_f}{K_u} s_1}$$

## Efektywne momenty bezwładności

21

Wyboczenie względem osi z

$$I_{ef,z,SGN} = \sum_i I_{i,z} + 2\gamma_{z,SGN} A_f y_1^2$$

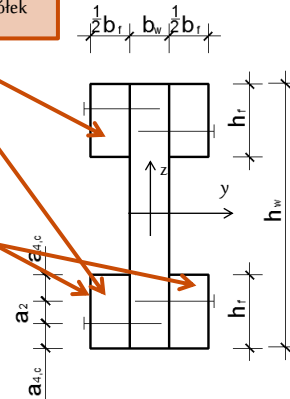
$$A_f = b_f h_f \quad y_1 = \frac{b_w}{2} + \frac{b_f}{4}$$

Wyboczenie względem osi y

$$I_{ef,y,SGN} = \sum_i I_{i,y} + 2\gamma_{y,SGN} A_f z_1^2$$

$$A_f = h_f b_f \quad z_1 = \frac{h_w}{2} - \frac{h_f}{2}$$

Pole dwóch elementów półek

Pole jednej półki –  
składającej się z dwóch  
elementów

## Współczynniki redukcyjne

22

Współczynnik redukcyjny w stanie SGU:

$$\gamma_{z,SGN} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2}{L^2} \frac{E_{0,mean} A_f}{K_u} s_1}$$

$$\gamma_{y,SGN} = \gamma_{z,SGN}$$

## Efektywne momenty bezwładności

23

Wyboczenie względem osi z

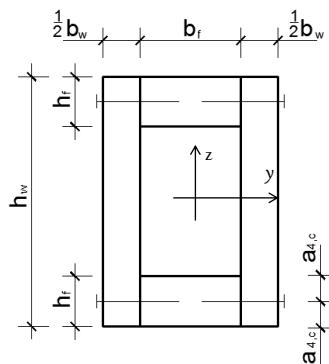
$$I_{ef,z,SGN} = \sum_i I_{i,z} + 2\gamma_{z,SGN} A_w y_1^2$$

$$A_w = \frac{h_w b_w}{2} \quad y_1 = \frac{b_f}{2} + \frac{b_w}{4}$$

Wyboczenie względem osi y

$$I_{ef,y,SGN} = \sum_i I_{i,y} + 2\gamma_{y,SGN} A_f z_1^2$$

$$A_f = h_f b_f \quad z_1 = \frac{h_w}{2} - \frac{h_f}{2}$$



## Współczynniki redukcyjne

24

Współczynniki redukcyjne w stanie SGN:

$$\gamma_{z,SGN} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_{0,mean} A_w}{L^2 K_u} s_1}$$

$$\gamma_{y,SGN} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_{0,mean} A_f}{L^2 K_u} s_1}$$

## Smukłości efektywne

25

Smukłość efektywna przy wyboczeniu względem osi y  
(w płaszczyźnie x-z):

$$\lambda_{ef,y} = L_{c,y} \sqrt{\frac{A_{tot}}{I_{ef,y,SGN}}} = 473 \cdot \sqrt{\frac{344}{15338}} = 70,84$$

Smukłość efektywna przy wyboczeniu względem osi z  
(w płaszczyźnie x-y):

$$\lambda_{ef,z} = L_{c,z} \sqrt{\frac{A_{tot}}{I_{ef,z,SGN}}} = 473 \cdot \sqrt{\frac{344}{4739}} = 127,44$$

2

NOŚNOŚĆ SŁUPA ZE WZGLĘDU NA ŚCISKANIE

## Wybór płaszczyzny wyboczenia

27

Smukłość maksymalna:

$$\max(\lambda_{ef,y}; \lambda_{ef,z}) = \max(70,84; 127,44) = 127,44 = \lambda_{ef,z}$$

Do obliczania nośności słupa ze względu na ściskanie przyjmujemy płaszczyznę x-y (wyboczenie względem osi z)

Smukłość względna przy wyboczeniu względem osi z:

$$\lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_{ef,z}}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{127,44}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{23}{8000}} = 2,18$$

## Współczynniki

28

Współczynnik niestabilności:

$$\begin{aligned} k_z &= 0,5 \left[ 1 + \beta_c (\lambda_{rel,z} - 0,3) + \lambda_{rel,z}^2 \right] = \\ &= 0,5 \cdot \left[ 1 + 0,2 \cdot (2,18 - 0,3) + 2,18^2 \right] = 3,06 \end{aligned}$$

Współczynnik wyboczeniowy:

$$k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}} = \frac{1}{3,06 + \sqrt{3,06^2 - 2,18^2}} = 0,19$$

## Nośność charakterystyczna słupa

29

Nośność charakterystyczna słupa ze względu na ściskanie:

$$N_1 = k_{c,z} A_{tot} f_{c,0,k} = 0,19 \cdot 34400 \cdot 23 = 150328 \text{ N} = 150,33 \text{ kN}$$

3

NOŚNOŚĆ SŁUPA ZE WZGLĘDU NA ŁĄCZNIKI

## Nośność ze względu na łączniki

31

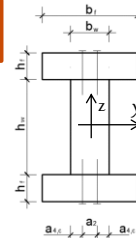
Siła ścinająca w połączeniu

$$F_{v,y} = \frac{\gamma_{y,SGN} VS_{f,y}}{I_{ef,y,SGN}} S_1$$

Moment statyczny jednej półki

$$F_{v,z} = \frac{\gamma_{z,SGN} VS_{f,z}}{I_{ef,z,SGN}} S_1$$

Wyboczenie względem osi z



32

## Nośność ze względu na łączniki

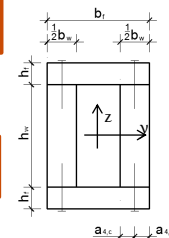
Siła ścinająca w połączeniu

$$F_{v,y} = \frac{\gamma_{y,SGN} VS_{f,y}}{I_{ef,y,SGN}} S_1$$

Moment statyczny jednej półki

$$F_{v,z} = \frac{\gamma_{z,SGN} VS_{w,z}}{I_{ef,z,SGN}} S_1$$

Moment statyczny jednej części środnika





## Nośność ze względu na łączniki

33

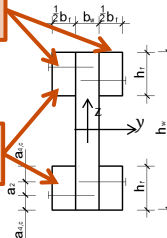
Siła ścinająca w połączeniu

$$F_{v,y} = \frac{\gamma_{y,SGN} VS_{f,y}}{I_{ef,y,SGN}} S_1$$

Moment statyczny jednej półki – składającej się z dwóch elementów

$$F_{v,z} = \frac{\gamma_{z,SGN} VS_{f,z}}{I_{ef,z,SGN}} S_1$$

Moment statyczny dwóch elementów półek



34

## Nośność ze względu na łączniki

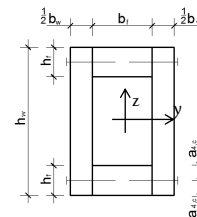
Siła ścinająca w połączeniu

$$F_{v,y} = \frac{\gamma_{y,SGN} VS_{f,y}}{I_{ef,y,SGN}} S_1$$

Moment statyczny jednej półki

$$F_{v,z} = \frac{\gamma_{z,SGN} VS_{w,z}}{I_{ef,z,SGN}} S_1$$

Moment statyczny jednej części środnika



## Nośność ze względu na łączniki

35

W analizowanym przykładzie dwuteownika wyboczenie następuje względem osi z (slajd 27).

Ze względów dydaktycznych dalsze obliczenia przedstawione są jak dla wyboczenia względem osi y.

## Nośność ze względu na łączniki

36

Przy pełnym wykorzystaniu nośności gwoździ:

$$F_v = F_{v,y} = \frac{\gamma_{y,SGN} V S_{f,y}}{I_{ef,y,SGN}} S_1 = F_{v,Rk}$$

## Siła przy wyboczeniu

37

$$V = \begin{cases} \frac{N_2}{120 \cdot k_c} & \text{dla } \lambda_{ef} < 30 \\ \frac{N_2 \lambda_{ef}}{3600 \cdot k_c} & \text{dla } 30 \leq \lambda_{ef} < 60 \\ \frac{N_2}{60 \cdot k_c} & \text{dla } \lambda_{ef} \geq 60 \end{cases}$$

W tym przypadku:

$$\lambda_{ef} = \lambda_{ef,y} = 70,84 > 60 \rightarrow V = \frac{N_2}{60 \cdot k_{c,y}}$$

## Współczynniki

38

Smukłość względna przy wyboczeniu względem osi y:

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_{ef,y}}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{70,84}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{2,3}{800}} = 1,21$$

Współczynnik niestabilności:

$$k_y = 0,5 \left[ 1 + \beta_c (\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2 \right] = 0,5 \cdot \left[ 1 + 0,2 \cdot (1,21 - 0,3) + 1,21^2 \right] = 1,32$$

Współczynnik wyboczeniowy:

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} = \frac{1}{1,32 + \sqrt{1,32^2 - 1,21^2}} = 0,54$$

## Wyznaczenie nośności łączników

39

EC 5

### 8.2.2 Złącza drewno-drewno i drewno-płyta

(1) Za nośność charakterystyczną gwoździ, zszywek, sworzni, śrub i wkrętów, odniesioną do jednej płaszczyzny ścinania i do jednego łącznika, należy przyjmować minimalną wartość określoną ze wzorów:

– dla łączników jednoczętowych:

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{array}{l} f_{h,1k} t_1 d \\ f_{h,2k} t_2 d \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{(a)} \\ \text{(b)} \end{array} \\
 & \left. \frac{f_{h,1k} t_1 d}{1 + \beta} \left[ \sqrt{\beta + 2\beta^2 \left[ 1 + \frac{t_2}{t_1} + \left( \frac{t_2}{t_1} \right)^2 \right] + \beta^3 \left( \frac{t_2}{t_1} \right)^2} - \beta \left( 1 + \frac{t_2}{t_1} \right) \right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4} \right\} \text{(c)} \\
 F_{v,Rk} = \min & \left. \begin{array}{l} 1,05 \frac{f_{h,1k} t_1 d}{2 + \beta} \left[ \sqrt{2\beta(1 + \beta) + \frac{4\beta(2 + \beta)M_{y,Rk}}{f_{h,1k} d t_1^2}} - \beta \right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4} \\ 1,05 \frac{f_{h,1k} t_2 d}{1 + 2\beta} \left[ \sqrt{2\beta^2(1 + \beta) + \frac{4\beta(1 + 2\beta)M_{y,Rk}}{f_{h,1k} d t_2^2}} - \beta \right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4} \right\} \text{(d)} \quad \text{(8.6)} \\
 & \left. \begin{array}{l} 1,15 \sqrt{\frac{2\beta}{1 + \beta}} \sqrt{2M_{y,Rk} f_{h,1k} d} + \frac{F_{ax,Rk}}{4} \end{array} \right\} \text{(f)}
 \end{aligned}$$

przy czym

$$\beta = \frac{f_{h,2k}}{f_{h,1k}}$$

## Wyznaczenie nośności łączników

40

EC 5

gdzie:

$F_{v,Rk}$  – nośność charakterystyczna łącznika odniesiona do jednej płaszczyzny ścinania,

$t_i$  – grubość elementu drewnianego lub płyty, lub też długość zakotwienia łącznika, przy czym  $i = 1$  lub  $i = 2$ , patrz także 8.3 do 8.7,

$f_{h,i,k}$  – wytrzymałość charakterystyczna na docisk w elemencie drewnianym,

$d$  – średnica trzpienia łącznika,

$M_{y,Rk}$  – moment charakterystyczny uplastycznienia łącznika,

$\beta$  – stosunek wytrzymałości charakterystycznych na docisk łącznika do elementów złącza,

$F_{ax,Rk}$  – nośność charakterystyczna łącznika na wyciąganie, patrz (2).

## Wyznaczenie nośności łączników

41

EC 5

### 8.3 Złącza na gwoździe

#### 8.3.1 Złącza obciążone poprzecznie

##### 8.3.1.1 Postanowienia ogólne

(1) Symbole dotyczące grubości elementów, występujące w złączach jednoczętych i dwuczętych (patrz Rysunek 8.4), definiuje się następująco:

$t_1$  – w złączach jednoczętych: grubość elementu drewnianego od strony główki łącznika,  
– w złączach dwuczętych: mniejszy z wymiarów: grubości elementu od strony główki łącznika i długości zakotwienia łącznika,

$t_2$  – w złączach jednoczętych: długość zakotwienia łącznika,  
– w złączach dwuczętych: grubość elementu środkowego.



## Wyznaczenie nośności łączników

42

EC 5

(4) W przypadku zwykłych gwoździ gładkich, produkowanych z drutu stalowego o wytrzymałości na rozciąganie co najmniej 600 N/mm<sup>2</sup>, moment charakterystyczny uplastycznienia należy określać z następujących wzorów:

$$M_{y,Rk} = \begin{cases} 0,3 f_u d^{2,6} & \text{dla gwoździ okrągłych} \\ 0,45 f_u d^{2,6} & \text{dla gwoździ kwadratowych i profilowanych} \end{cases} \quad (8.14)$$

gdzie:

- $M_{y,Rk}$  – moment charakterystyczny uplastycznienia, w Nmm,  
 $d$  – średnica gwoźdźka, jak zdefiniowano w EN 14592, w mm,  
 $f_u$  – wytrzymałość drutu stalowego na rozciąganie, w N/mm<sup>2</sup>.

(5) W przypadku gwoździ o średnicy nie większej niż 8 mm, wytrzymałość na docisk do drewna lub do LVL należy określać z następujących wzorów:

– bez uprzednio nawierconych otworów:

$$f_{h,k} = 0,082 \rho_k d^{-0,3} \quad \text{N/mm}^2$$

gdzie:

- $\rho_k$  – gęstość charakterystyczna drewna, w kg/m<sup>3</sup>,  
 $d$  – średnica gwoźdźka, w mm.

## Wyznaczenie nośności łączników

43

Wytrzymałość charakterystyczna na docisk łącznika do drewna:

$$f_{h,k} = f_{h,1,k} = f_{h,2,k} = 0,082 \rho_k d^{-0,3}$$

$$f_{h,k} = 0,082 \cdot 380 \cdot 4,5^{-0,3} = 19,84 \text{ MPa}$$

Charakterystyczny moment uplastycznienia łącznika:

$$M_{y,Rk} = 0,3 f_{h,k} d^{2,6} = 0,3 \cdot 600 \cdot 4,5^{2,6} = 8987 \text{ Nmm}$$

Elementy złącza wykonane z drewna tej samej, więc:

$$\beta = \frac{f_{h,2,k}}{f_{h,1,k}} = 1$$

## Nośność łączników wg teorii Johansena

44

Nośność char. łącznika jednoczętowego w jednej płaszczyźnie ścinania

(pierwszy składnik wzorów – nośność wg teorii Johansena):

$$F_{v,Rk,1J} = f_{h,1,k} t_1 d = 4,02 \text{ kN}$$

$$F_{v,Rk,2J} = f_{h,2,k} t_2 d = 4,82 \text{ kN}$$

$$F_{v,Rk,3J} = \frac{f_{h,1,k} t_1 d}{1 + \beta} \left[ \sqrt{\beta + 2\beta^2 \left[ 1 + \frac{t_2}{t_1} + \left( \frac{t_2}{t_1} \right)^2 \right] + \beta^3 \left( \frac{t_2}{t_1} \right)^2} - \beta \left( 1 + \frac{t_2}{t_1} \right) \right] = 1,84 \text{ kN}$$

$$F_{v,Rk,4J} = 1,05 \frac{f_{h,1,k} t_1 d}{2 + \beta} \left[ \sqrt{2\beta(1 + \beta) + \frac{4\beta(2 + \beta)M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} d t_1^2}} - \beta \right] = 1,61 \text{ kN}$$

$$F_{v,Rk,5J} = 1,05 \frac{f_{h,1,k} t_2 d}{1 + 2\beta} \left[ \sqrt{2\beta^2(1 + \beta) + \frac{4\beta(2 + \beta)M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} d t_2^2}} - \beta \right] = 1,86 \text{ kN}$$

$$F_{v,Rk,6J} = 1,15 \sqrt{\frac{2\beta}{1 + \beta}} \sqrt{2M_{y,Rk} f_{h,1,k}} d = 1,46 \text{ kN}$$

## Efekt liny

45

(4) Nośność charakterystyczną na wyciąganie  $F_{ax,Rk}$  gwoździ wbitych prostopadle (Rysunek 8.8 (a)) lub ukośnie (Rysunek 8.8 (b)) do włókien drewna należy określać, przyjmując najmniejszą wartość uzyskaną z następujących wzorów:

– w przypadku gwoździ gładkich:

$$F_{ax,Rk} = \begin{cases} f_{ax,k} d t_{pen} & \text{(a)} \\ f_{ax,k} d t + f_{head,k} d_b^2 & \text{(b)} \end{cases} \quad (8.24)$$

gdzie:

$f_{ax,k}$  – wytrzymałość charakterystyczna gwoździa na wyciąganie,

$f_{head,k}$  – wytrzymałość charakterystyczna gwoździa na przeciąganie łba,

$d$  – średnica gwoździa, zgodnie z 8.3.1.1,

$t_{pen}$  – długość zakotwienia gwoździa lub długość od strony ostrza części profilowanej gwoździa, zagłębionej w elemencie,

$t$  – grubość elementu od strony główki gwoździa,

$d_b$  – średnica główki gwoździa.

(5) Wytrzymałości charakterystyczne  $f_{ax,k}$  i  $f_{head,k}$  należy określać zgodnie z EN 1382, EN 1383 i EN 14358, z niżej podanymi wyjątkami.

(6) W przypadku gwoździ gładkich, których głębokość zakotwienia przekracza  $12d$ , wytrzymałości charakterystyczne gwoździ na wyciąganie i na przeciąganie należy określać z wzorów:

$$f_{ax,k} = 20 \cdot 10^{-6} \rho_k^2 \quad (8.25)$$

$$f_{head,k} = 70 \cdot 10^{-6} \rho_k^2 \quad (8.26)$$

gdzie:

$\rho_k$  – gęstość charakterystyczna drewna, w  $\text{kg/m}^3$ .

## Efekt liny

46

Wytrzymałość charakterystyczna gwoździa na wyciąganie:

$$f_{ax,k} = 20 \cdot 10^{-6} \rho_k^2 = 20 \cdot 10^{-6} \cdot 380^2 = 2,89 \text{ MPa}$$

Wytrzymałość charakterystyczna gwoździa na przeciąganie łba:

$$f_{head,k} = 70 \cdot 10^{-6} \rho_k^2 = 70 \cdot 10^{-6} \cdot 380^2 = 10,11 \text{ MPa}$$

Nośność charakterystyczna gwoździa na wyciąganie:

$$F'_{ax,Rk} = \min \left\{ \begin{array}{l} f_{ax,k} d t_{pen} \\ f_{ax,k} d t + f_{head,k} d_b^2 \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 2,89 \cdot 4,5 \cdot 54 = 702 \text{ N} = 0,70 \text{ kN} \\ 2,89 \cdot 4,5 \cdot 45 + 10,11 \cdot 10,5^2 = 1699 \text{ N} = 1,70 \text{ kN} \end{array} \right.$$

$$F'_{ax,Rk} = 0,70 \text{ kN}$$

## Efekt liny

47

W przypadku długości zakotwienia gwoździ gładkich mniejszej niż  $12d$ , nośność gwoździa na wyciąganie należy pomnożyć przez dodatkowy składnik:

$$F_{ax,Rk} = F'_{ax,Rk} \left( \frac{t_{pen}}{4d} - 2 \right)$$

Długość zakotwienia w rozpatrywanym przypadku:

$$\frac{t_{pen}}{d} = \frac{54}{4,5} = 12 \rightarrow t_{pen} \geq 12d \rightarrow F_{ax,Rk} = F'_{ax,Rk} = 0,70 \text{ kN}$$

## Efekt liny

48

EC 5

(2) Pierwszy składnik prawej strony przedstawionych wyżej Wzorów (8.7) i (8.8) wyraża nośność odpowiadającą teorii Johansena, a drugi składnik  $F_{ax,Rk}/4$  wyraża udział w nośności efektu liny. Udział ten należy ograniczyć do następujących wartości procentowych, liczonych w stosunku do części odpowiadającej teorii Johansena:

|                                     |       |
|-------------------------------------|-------|
| – gwoździe okrągłe                  | 15 %  |
| – gwoździe kwadratowe i profilowane | 25 %  |
| – inne gwoździe                     | 50 %  |
| – wkręty                            | 100 % |
| – śruby                             | 25 %  |
| – sworznie                          | 0 %   |



## Efekt liny

49

Minimalna wartość nośności charakterystycznej gwoździ wg teorii Johansena:

$$F_{v,Rk,6J} = 1,46 kN$$

Ograniczenie udziału efektu liny – jako dodatek przyjęto

$$\min \begin{cases} \frac{1}{4} F_{ax,Rk} = 0,18 kN \\ 0,15 F_{v,Rk,6J} = 0,22 kN \end{cases} = 0,18 kN$$

## Nośność łączników z uwzgl. efektu liny

50

Nośność char. łącznika jednoczętowego w jednej płaszczyźnie ścinania:

$$F_{v,Rk,1} = 4,02 kN$$

$$F_{v,Rk,2} = 4,82 kN$$

$$F_{v,Rk,3} = F_{v,Rk,3J} + \frac{1}{4} F_{ax,Rk} = 1,84 + 0,18 = 2,02 kN$$

$$F_{v,Rk,4} = F_{v,Rk,4J} + \frac{1}{4} F_{ax,Rk} = 1,61 + 0,18 = 1,79 kN$$

$$F_{v,Rk,5} = F_{v,Rk,5J} + \frac{1}{4} F_{ax,Rk} = 1,86 + 0,18 = 2,04 kN$$

$$F_{v,Rk,6} = F_{v,Rk,6J} + \frac{1}{4} F_{ax,Rk} = 1,46 + 0,18 = 1,64 kN$$

## Wyznaczenie nośności łączników

51

Nośność charakterystyczna łącznika jednociętego w jednej płaszczyźnie ścinania:

$$F_{v,Rk} = 1,64 \text{ kN}$$

## Nośność charakterystyczna słupa

52

Nośność charakterystyczna słupa ze względu na łączniki:

$$N_2 = \frac{60 \cdot F_{v,Rk} k_{c,y} I_{ef,y,SGN}}{\gamma_{y,SGN} S_{f,y} s_1} = \frac{60 \cdot 1,64 \cdot 0,54 \cdot 15338}{0,390 \cdot 882 \cdot 3} = 789,77 \text{ kN}$$

4

NOŚNOŚĆ SŁUPA ZE WZGLĘDU NA DOCISK DO PODWALINY

Zespół Konstrukcji Drewnianych IL PW

## Nośność słupa

54

Nośność słupa ze względu na docisk do podwaliny:

$$N_3 = f_{c,90,k} A_{ef}$$

Efektywne pole docisku dla słupów pośrednich:

$$A_{ef,p} = 2 \cdot 4,5 \cdot (16 + 2 \cdot 3 \text{ cm}) + 20 \cdot (10 + 2 \cdot 3 \text{ cm}) = 518 \text{ cm}^2$$

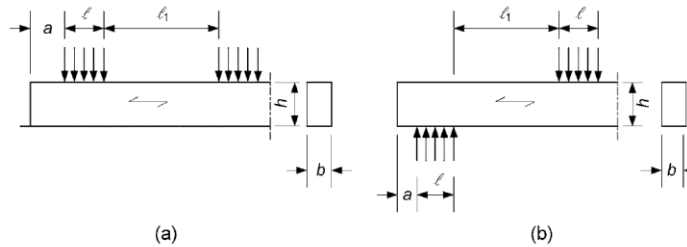
Efektywne pole docisku dla słupów skrajnych:

$$A_{ef,s} = 2 \cdot 4,5 \cdot 16 + 20 \cdot 10 = 344 \text{ cm}^2$$

## Nośność słupa

55

Efektywne pole docisku  $A_{ef}$  należy określać z uwzględnieniem efektywnej długości kontaktu wzdłuż włókien, biorąc pod uwagę to, że długość kontaktu  $\ell$  jest obustronnie powiększona o 30mm, lecz nie więcej niż  $a$ ,  $\ell$  lub  $\ell_1/2$ ; patrz Rysunek 6.2



Rysunek 6.2 – Element podparty w sposób (a) ciągły i (b) nieciągły

## Nośność słupa

56

Nośność słupa ze względu na docisk do podwaliny:

- słup pośredni:

$$N_{3,p} = f_{c,90,k} A_{ef,p} = 0,27 \cdot 518 = 139,86 \text{ kN}$$

- słup skrajny:

$$N_{3,s} = f_{c,90,k} A_{ef,s} = 0,27 \cdot 431 = 92,9 \text{ kN}$$

5

## NOŚNOŚĆ CHARAKTERYSTYCZNA SŁUPA

Zespół Konstrukcji Drewnianych IL PW

## Nośność charakterystyczna słupa

58

Słup pośredni:

$$N_p = \min [N_1, N_2, N_{3,p}] = \min [150, 33; 789, 77; 139, 86] = 139, 86 \text{ kN}$$

Słup skrajny:

$$N_s = \min [N_1, N_2, N_{3,s}] = \min [150, 33; 789, 77; 92, 9] = 92, 9 \text{ kN}$$

## Strona pomocnicza

59

W celu ułatwienia i przyspieszenia procesu sprawdzania projektów, na ostatniej stronie projektu proszę zamieścić wartości następujących danych przyjętych do obliczeń

|   |        |
|---|--------|
| $n_{sz}$ - liczba szeregów gwoździ                        | [szt.] |
| $d$ - średnica gwoźdźcia                                  | [mm]   |
| $l$ - długość gwoźdźcia                                   | [mm]   |
| $d_h$ - średnica główki gwoźdźcia                         | [mm]   |
| $f_{uk}$ - wytrzymałość stali na rozciąganie (wg EC3-1-8) | [MPa]  |
| oraz przyjęte rozstawy łączników.                         | [mm]   |

60

Niniejsze materiały są własnością Zespołu Konstrukcji Drewnianych  
Wydziału Inżynierii Lądowej Politechniki Warszawskiej.  
Rozpowszechnianie, kopiowanie i wykorzystywanie bez zgody  
autorów zabronione.